

Chapitre 6

Rappel de la formule à utiliser pour déterminer aisément l'équation de la droite passant par les points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$:

$$d \equiv y - y_B = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \cdot (x - x_B)$$

Exercice 1.a

Équation de la droite passant par $(0; 2)$ et $(-4; 9)$:

$$d \equiv y - 9 = \frac{9 - 2}{-4 - 0} \cdot (x - (-4))$$

$$d \equiv y - 9 = \frac{7}{-4} \cdot (x + 4)$$

$$d \equiv y - 9 = \frac{-7}{4}x + \frac{-7}{4} \cdot 4$$

$$d \equiv y - 9 = \frac{-7}{4}x - 7$$

$$d \equiv y = \frac{-7}{4}x - 7 + 9$$

$$d \equiv y = \frac{-7}{4}x + 2$$

Exercice 1.b

Équation de la droite passant par $(3; -2)$ et $(-6; 4)$:

$$d \equiv y - 4 = \frac{4 - (-2)}{-6 - 3} \cdot (x - (-6))$$

$$d \equiv y - 4 = \frac{6}{-9} \cdot (x + 6)$$

$$d \equiv y - 4 = \frac{-2}{3}x + \frac{-2}{3} \cdot 6$$

$$d \equiv y = \frac{-2}{3}x - 4 + 4$$

$$d \equiv y = \frac{-2}{3}x$$

Exercice 1.c

Équation de la droite passant par $(1; 7)$ et $(0; 4)$:

$$d \equiv y - 4 = \frac{4 - 7}{0 - 1} \cdot (x - 0)$$

$$d \equiv y - 4 = \frac{-3}{-1}x$$

$$d \equiv y = 3x + 4$$

Exercice 1.d

Équation de la droite passant par (1; 3) et (-2; 4) :

$$d \equiv y - 4 = \frac{4 - 3}{-2 - 1} \cdot (x - (-2))$$

$$d \equiv y - 4 = \frac{1}{-3} \cdot (x + 2)$$

$$d \equiv y - 4 = \frac{-1}{3}x + \frac{-1}{3} \cdot 2 + 4$$

$$d \equiv y = \frac{-1}{3}x + \frac{10}{3}$$

Exercice 1.e

Équation de la droite passant par (2; 5) et (-3; -7) :

$$d \equiv y - (-7) = \frac{-7 - 5}{-3 - 2} \cdot (x - (-3))$$

$$d \equiv y + 7 = \frac{-12}{-5} \cdot (x + 3)$$

$$d \equiv y + 7 = \frac{12}{5}x + \frac{12}{5} \cdot 3$$

$$d \equiv y = \frac{12}{5}x + \frac{36}{5} - 7$$

$$d \equiv y = \frac{12}{5}x + \frac{1}{5}$$

Exercice 1.f

Équation de la droite passant par $(-3; 1)$ et $(4; -2)$:

$$d \equiv y - (-2) = \frac{-2 - 1}{4 - (-3)} \cdot (x - 4)$$

$$d \equiv y + 2 = \frac{-3}{7} \cdot (x - 4)$$

$$d \equiv y + 2 = \frac{-3}{7}x + \frac{3}{7} \cdot 4$$

$$d \equiv y = \frac{-3}{7}x + \frac{12}{7} - 2$$

$$d \equiv y = \frac{-3}{7}x - \frac{2}{7}$$

Exercice 1.g

Équation de la droite passant par $(-1; 3)$ et $(2; 4)$:

$$d \equiv y - 4 = \frac{4 - 3}{2 - (-1)} \cdot (x - 2)$$

$$d \equiv y - 4 = \frac{1}{3} \cdot (x - 2)$$

$$d \equiv y - 4 = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \cdot (-2)$$

$$d \equiv y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} + 4$$

$$d \equiv y = \frac{1}{3}x - \frac{10}{3}$$

Exercice 1.h

Équation de la droite passant par $(2; -1)$ et $(4; -3)$:

$$d \equiv y - (-3) = \frac{-3 - (-1)}{4 - 2} \cdot (x - 4)$$

$$d \equiv y + 3 = \frac{-2}{2} \cdot (x - 4)$$

$$d \equiv y + 3 = -x + 4$$

$$d \equiv y = -x + 4 - 3$$

$$d \equiv y = -x + 1$$

Exercice 1.i

Équation de la droite passant par $(-4; -1)$ et $(-2; -5)$:

$$d \equiv y - 5 = \frac{5 - (-1)}{-2 - (-4)} \cdot (x - (-2))$$

$$d \equiv y - 5 = \frac{6}{2} \cdot (x + 2)$$

$$d \equiv y - 5 = 3x + 6$$

$$d \equiv y = 3x + 11$$

Exercice 1.j

Équation de la droite passant par (3; 1) et (1; 3) :

$$d \equiv y - 3 = \frac{3 - 1}{1 - 3} \cdot (x - 1)$$

$$d \equiv y - 3 = \frac{2}{-2} \cdot (x - 1)$$

$$d \equiv y - 3 = -x + 1$$

$$d \equiv y = -x + 4$$

Exercice 1.k

Équation de la droite passant par (-2; 4) et (1; 3) :

$$d \equiv y - 3 = \frac{3 - 4}{1 - (-2)} \cdot (x - 1)$$

$$d \equiv y - 3 = \frac{-1}{3} \cdot (x - 1)$$

$$d \equiv y - 3 = \frac{-1}{3}x + \frac{1}{3}$$

$$d \equiv y = \frac{-1}{3}x + \frac{1}{3} + 3$$

$$d \equiv y = \frac{-1}{3}x + \frac{10}{3}$$

Exercice 1.I

Équation de la droite passant par $(7; 7)$ et $(0; 0)$:

$$d \equiv y - 0 = \frac{0 - 7}{0 - 7} \cdot (x - 0)$$

$$d \equiv y = \frac{-7}{-7}x$$

$$d \equiv y = x$$

Exercice 2. Série 1

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i	24,4	26,3	27,8	29,5	30,7	32,8	34,4	35,7

On scinde les données en deux groupes identiques :

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i	24,4	26,3	27,8	29,5	30,7	32,8	34,4	35,7

On calcule $\bar{x}_1$; $\bar{y}_1$; $\bar{x}_2$ et $\bar{y}_2$:

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 &= 2,5 \text{ et } \bar{y}_1 = 27 \rightarrow (2,5; 27) \\ \bar{x}_2 &= 6,5 \text{ et } \bar{y}_2 = 33,4 \rightarrow (6,5; 33,4)\end{aligned}$$

Équation de la droite passant par $(2,5; 27)$ et $(-6,5; 33,4)$:

$$d \equiv y - 33,4 = \frac{33,4 - 27}{6,5 - 2,5} \cdot (x - 6,5)$$

$$d \equiv y - 33,4 = \frac{6,4}{4} \cdot (x - 6,5)$$

$$d \equiv y - 33,4 = 1,6x + \frac{-7}{4} \cdot (x - 6,5)$$

$$d \equiv y - 33,4 = 1,6x - 1,6 \cdot 6,5$$

$$d \equiv y = 1,6x - 10,4 + 33,4$$

$$d \equiv y = 1,6x + 23$$

Exercice 2. Série 2

x_i	3	7	1	20	12	11	14	6	10	9
y_i	105	104	118	79	90	92	91	109	103	100

On commence par classer les x_i puis l'on scinde les données en deux groupes identiques :

x_i	1	3	6	7	9	10	11	12	14	20
y_i	118	105	109	104	100	103	92	90	91	79

On calcule $\bar{x}_1$; $\bar{y}_1$; $\bar{x}_2$ et $\bar{y}_2$:

$$\bar{x}_1 = 5,2 \text{ et } \bar{y}_1 = 107,2 \rightarrow (5,2; 107,2)$$

$$\bar{x}_2 = 13,4 \text{ et } \bar{y}_2 = 91 \rightarrow (13,4; 91)$$

Équation de la droite passant par (2,5; 27) et (−6,5; 33,4) :

$$d \equiv y - 91 = \frac{91 - 107,2}{13,4 - 5,2} \cdot (x - 13,4)$$

$$d \equiv y - 91 = \frac{-16,2}{8,2} \cdot (x - 13,4)$$

$$d \equiv y - 91 = \frac{-8,1}{4,1}x + \frac{8,1}{4,1} \cdot 13,4$$

$$d \equiv y - 91 = \frac{-8,1}{4,1}x + \frac{108,54}{4,1}$$

$$d \equiv y = \frac{-8,1}{4,1}x + \frac{108,54}{4,1} + 91$$

$$d \equiv y = \frac{-8,1}{4,1}x + \frac{481,64}{4,1}$$

Exercice 2. Série 3

x_i	122	177	77	135	109	88	185	128	120	146
y_i	185	221	114	164	125	118	193	160	151	172

On commence par classer les x_i puis l'on scinde les données en deux groupes identiques :

x_i	77	88	109	120	122	128	135	146	177	185
y_i	114	118	125	151	185	160	164	172	221	193

On calcule $\overline{x}_1$; $\overline{y}_1$; $\overline{x}_2$ et $\overline{y}_2$:

$$\overline{x}_1 = 103,2 \text{ et } \overline{y}_1 = 138,6 \rightarrow (103,2; 138,6)$$

$$\overline{x}_2 = 154,2 \text{ et } \overline{y}_2 = 182 \rightarrow (154,2; 182)$$

Équation de la droite passant par (103,2; 138,6) et (154,2; 182) :

$$d \equiv y - 182 = \frac{182 - 138,6}{154,2 - 103,2} \cdot (x - 154,2)$$

$$d \equiv y - 182 = \frac{43,4}{51} \cdot (x - 154,2)$$

$$d \equiv y - 182 = \frac{43,4}{51}x + \frac{43,4}{51} \cdot 154,2$$

$$d \equiv y = \frac{43,4}{51}x - \frac{6692,28}{51} + 192$$

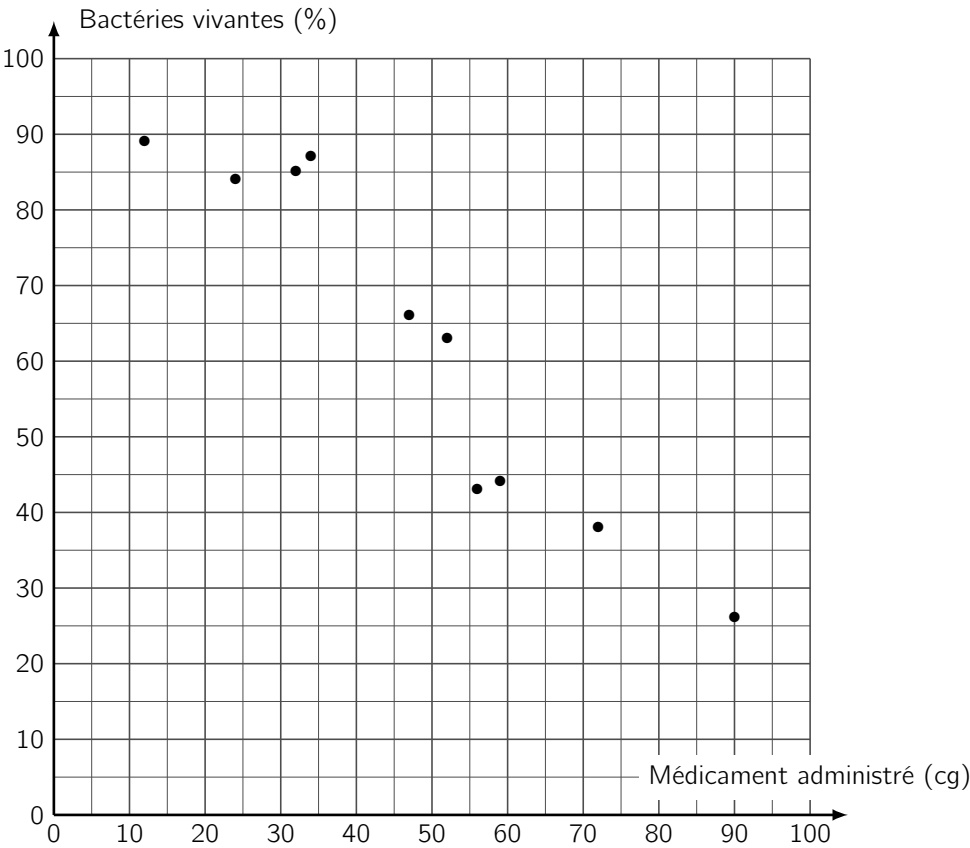
$$d \equiv y = \frac{43,4}{51}x + \frac{2589,72}{51}$$

Exercice 3

La résistance aux antibiotiques a un impact mondial de plus en plus important sur notre santé. Des chercheurs testent en laboratoire la résistance d’une bactérie à un nouvel antibiotique. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

Quantité de médicament administrée (en cg)	12	24	32	34	47	52	56	59	72	90
Pourcentage de bactéries survivantes en fin de test	89	84	85	87	66	63	43	44	38	26

- Représenter le nuage de points :



Exercice 3 - suite

- Déterminer l'équation de la droite de Mayer.

On calcule $\overline{x_1}$; $\overline{y_1}$; $\overline{x_2}$ et $\overline{y_2}$:

$$\overline{x_1} = 29,8 \text{ et } \overline{y_1} = 82,2 \rightarrow (29,8; 82,2)$$

$$\overline{x_2} = 65,8 \text{ et } \overline{y_2} = 42,8 \rightarrow (65,8; 42,8)$$

Équation de la droite passant par (29,8; 82,2) et (65,8; 42,8) :

$$d \equiv y - 42,8 = \frac{42,8 - 82,2}{65,8 - 29,8} \cdot (x - 65,8)$$

$$d \equiv y - 42,8 = \frac{-39,4}{36} \cdot (x - 65,8)$$

$$d \equiv y - 42,8 = \frac{-19,7}{18}x + \frac{19,7}{18} \cdot 65,8$$

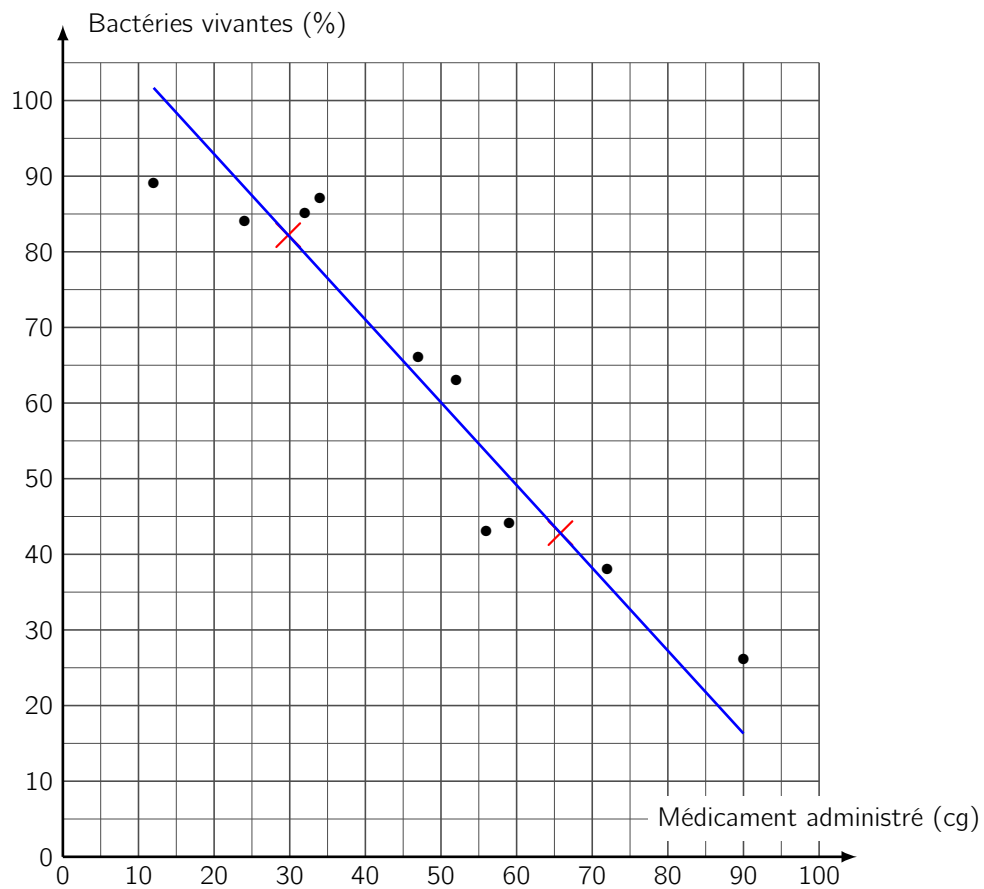
$$d \equiv y = \frac{-19,7}{18}x - \frac{1296,26}{18} + 192$$

$$d \equiv y = \frac{-19,7}{18}x - \frac{648,13}{9} + 42,8$$

$$d \equiv y = \frac{-19,7}{18}x + \frac{1033,33}{9}$$

Exercice 3 - suite

- Représenter la droite de Mayer sur le graphe.



- À partir de l'équation de la droite de Mayer, estimer :
 - le pourcentage de bactéries restantes avec 40 cg d'antibiotique.
- * Déterminer le pourcentage de bactéries restantes avec $x = 40$ cg d'antibiotique.
- * Si $x = 40$, alors $y = 71,036 \dots$
- * Avec 40 cg d'antibiotique, il reste environ 71 % de bactéries.

Exercice 3 - suite

– la quantité d'antibiotique nécessaire pour tuer 75 % des bactéries.

Tuer 75 % de bactéries signifie qu'il en reste 25 %.

$$y = \frac{-19,7}{18}x + \frac{1033,33}{9}$$

$$25 = \frac{-19,7}{18}x + \frac{1033,33}{9}$$

$$25 - \frac{1033,33}{9} = \frac{-19,7}{18}x$$

$$\frac{225 - 1033,33}{9} = \frac{-19,7}{18}x$$

$$\frac{-808,33}{9} \cdot \frac{18}{-19,7} = x$$

$$x = 82,063...$$

Pour éliminer 75 % des bactéries, il faut 82 cg d'antibiotique.

Exercice 3 - suite & fin

- Selon l'expérience, quelle serait la quantité d'antibiotique à administrer pour qu'il ne reste plus aucune bactérie ?

S'il ne reste aucune bactérie, cela signifie que $x = 0$ %.

$$y = \frac{-19,7}{18}x + \frac{1033,33}{9}$$

$$0 = \frac{-19,7}{18}x + \frac{1033,33}{9}$$

$$\frac{-1033,33}{9} \cdot \frac{18}{-19,7} = x$$

$$x = 104,906...$$

Pour qu'il ne reste aucune bactérie, il faut 105 cg d'antibiotique.

Exercice 4

- Le chef d'entreprise a acquis un nouveau site de production de 70 ares et désire y avoir une production de 35 tonnes. Est-ce faisable selon les données statistiques ? Justifier.

C'est faisable selon le graphe (en bas à gauche).

- À l'aide de l'équation de la droite de Mayer, estimer le nombre d'ouvriers que le chef d'entreprise doit employer sur le nouveau site.

x_i	7	11	16	22	23	24	30	31
y_i	28	52	72	104	92	102	132	130

On calcule $\bar{x}_1$; $\bar{y}_1$; $\bar{x}_2$ et $\bar{y}_2$:

$$\bar{x}_1 = 14 \text{ et } \bar{y}_1 = 64 \rightarrow (14, 64)$$

$$\bar{x}_2 = 27 \text{ et } \bar{y}_2 = 114 \rightarrow (27, 114)$$

Équation de la droite passant par (14; 64) et (27; 114) :

$$d \equiv y - 114 = \frac{114 - 64}{27 - 14} \cdot (x - 27)$$

$$d \equiv y - 114 = \frac{50}{13} \cdot (x - 27)$$

$$d \equiv y - 114 = \frac{50}{13}x - \frac{50}{13} \cdot 27$$

$$d \equiv y = \frac{50}{13}x - \frac{1350}{13} + 114$$

$$d \equiv y = \frac{50}{13}x + \frac{132}{13}$$

Si $x = 35$ (tonnes), alors $y = 145$ ouvriers.

Exercice 4 - suite

- Serait-il judicieux d'utiliser les données statistiques pour estimer la production d'un site de plus de 200 ares ? Justifier.

Cela ne serait pas judicieux parce que l'on est beaucoup trop éloigné de la gamme de valeurs de données (de 14 à 65 ares).